

경영·경제분석을 위한 핵심 수학(6판)

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 원서 저작권자(Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Hammond, Andrés Carvajal)와 Pearson, 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.1 음함수미분법

1.

$$y' = -3x$$

2.

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2y}{x}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6y}{x^2}$$

3.

$$(a) \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{5}{(1-3x)^2}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{30}{(1-3x)^3}$$

$$(b) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{6}{5}x^{\frac{1}{5}}, \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6}{25}x^{-\frac{4}{5}}$$

4.

$$\frac{dv}{du} = \frac{2u+v}{3v^2-u}, \quad (u, v) = \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{4}\right)$$

5.

$$y' = -\frac{8}{5}, \quad y'' = \frac{126}{125}$$

6.

$$(a) \quad y' = -\frac{x}{y}$$

$$(b) \quad y' = -\sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$(c) \quad y' = \frac{2x(2x^2-y^3)}{y^2(3x^2+4y)}$$

$$(d) \quad y' = \frac{y(2x-e^{xy})}{x(e^{xy}-x)}$$

7.

$$(a) \quad y' = -\frac{1}{3}$$

$$(b) \quad y'' = \frac{1}{3}$$

8.

$$(a) \quad y' = \frac{g'(x)-y}{x-3y^2}$$

$$(b) \quad y' = \frac{2x-g'(x+y)}{g'(x+y)-2y}$$

$$(c) \quad y' = \frac{2y\{xg'(x^2y)-xy-1\}}{x\{2xy+2-xg'(x^2y)\}}$$

9.

$$y' = \frac{1}{F'(0)+1}$$

10.

$$(a) \quad y' = \frac{x\{a^2-2(x^2+y^2)\}}{y\{2(x^2+y^2)+a^2\}}$$

$$(b) \quad \left(\pm \frac{1}{4}a\sqrt{6}, \pm \frac{1}{4}a\sqrt{2}\right) \text{의 4가지 부호 조합}$$

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.2 경제학적 예시

1.

$$\frac{dQ}{dP} = -19P^{-\frac{3}{2}}$$

2.

$$(a) \frac{dQ^*}{dP} = \frac{1}{C''(Q^*)}$$

$$(b) \frac{dQ^*}{dP} > 0$$

3.

$$(a) \frac{dP}{dr} = -\frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{P}{r} \right) < 0$$

(b) 하락

4.

$$(a) Y = f(Y) + \bar{I} + \bar{X} - g(Y)$$

$$(b) \frac{dY}{d\bar{I}} = \frac{1}{1 - f'(Y) + g'(Y)} > 0$$

$$(c) \frac{d^2 Y}{d\bar{I}^2} = \frac{f'' - g''}{(1 - f' + g')^3}$$

5.

$$\frac{d^2 P}{d\tau^2} = \frac{f''(g')^2 - g''(f')^2}{(g' - f')^3}$$

6.

$$(a) \frac{dP}{d\tau} = \frac{-Pg'((1-\tau)P)}{f'(P) - (1-\tau)g'((1-\tau)P)}$$

(b) $\frac{dP}{d\tau} > 0$ 이므로, 생산자에 대한 세금을 인상하면 균형가격도 상승한다.

CHAPTER 07 도함수의 활용

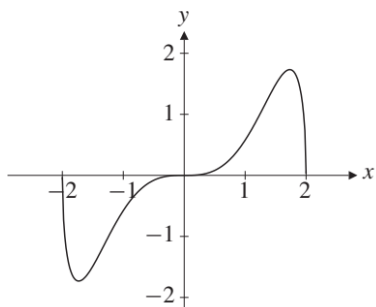
7.3 역함수정리

1.

$$g'(1) = \frac{1}{2}$$

2.

(a) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ 에서 증가, $[-2, -\sqrt{3}]$ 과 $[\sqrt{3}, 2]$ 에서 감소. 그래프는 아래 그림 참고.



(b) f 는 순증가함수이고, $g'\left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right) = \frac{3}{8}\sqrt{3}$

3.

(a) 증명 생략. 치역은 $(\ln 2, \infty)$

(b) 정의역 $(\ln 2, \infty)$ 에서 역함수는 $g(x) = 3 + \ln(e^x - 2)$

(c) 증명 생략

4.

$$\frac{dP}{dD} = -\frac{1}{47.34}P^{1.3}$$

5.

(a) $\frac{dx}{dy} = -\frac{1}{y}$

(b) $\frac{dx}{dy} = -1 - 3e^x$

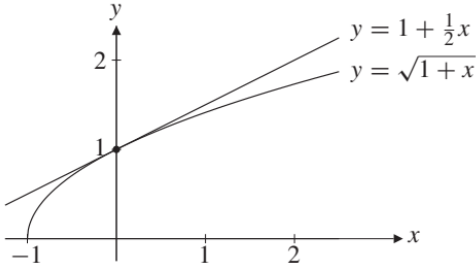
(c) $\frac{dx}{dy} = \frac{x(3y^2 - x^2)}{2 + 3x^2y - y^3}$

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.4 선형근사

1.

증명 생략. 두 함수의 그래프는 아래와 같다.



2.

$$(5x + 3)^{-2} \approx \frac{1}{9} - \frac{10}{27}x$$

3.

(a) $(1 + x)^{-1} \approx 1 - x$

(b) $(1 + x)^5 \approx 1 + 5x$

(c) $(1 - x)^{\frac{1}{4}} \approx 1 - \frac{1}{4}x$

4.

$$F(K) \approx A\{1 + \alpha(K - 1)\}$$

5.

(a) $30x^2 dx$

(b) $(15x^2 - 10x + 5) dx$

(c) $-3x^{-4} dx$

(d) $\frac{1}{x} dx$

(e) $(px^{p-1} + qx^{q-1}) dx$

(f) $(p + q)x^{p+q-1} dx$

(g) $rp(px + q)^{r-1} dx$

(h) $(pe^{px} + qe^{qx}) dx$

6.

(a) 증명 생략

(b) (i) $^3\sqrt{1.1} \approx 1.033$ (ii) $^5\sqrt{33} \approx 2.0125$ (iii) $^3\sqrt{9} \approx 2.083$ (iv) $(0.98)^{25} \approx \frac{1}{2}$

7.

(a) (i) $\Delta y = 0.61, dy = 0.6$ (ii) $\Delta y = 0.0601, dy = 0.06$

(b) (i) $\Delta y = 0.011494, dy = 0.011111$ (ii) $\Delta y = 0.001115, dy = 0.001111$

(c) (i) $\Delta y = 0.012461, dy = 0.0125$ (ii) $\Delta y = 0.002498, dy = 0.0025$

8.

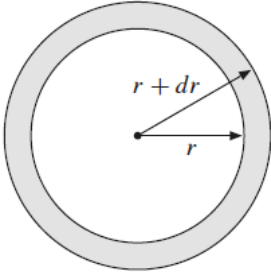
CHAPTER 07 도함수의 활용

(a) $y' = -\frac{3}{2}$

(b) $y(x) \approx -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

9.

(a) 그림에서 음영 표시된 부분의 넓이이다.



(b) 반지름이 $r + dr$ 인 구와 반지름이 r 인 구 사이의 겹질 부피이다.

10.

$$p^* = 100 \left(2^{\frac{1}{t^*}} - 1 \right)$$

11.

$$g(\mu) = A - 1 + \frac{aA\mu}{1+b}$$

12.

증명 생략

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.5 다항식근사

1.

(a) $1 + 5x + 10x^2$

(b) $A + \alpha A(K-1) + \frac{1}{2}\alpha(\alpha-1)A(K-1)^2$

(c) $1 + \frac{3}{4}\epsilon - \frac{1}{32}\epsilon^2$

(d) $1 + x + x^2$

2.

$$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5$$

3.

$$-5 + \frac{5}{2}x - \frac{15}{8}x^2$$

4.

설명 생략

5.

$$1 + 2x + x^2$$

6.

$$1 + 2t + \frac{9}{2}t^2$$

7.

증명 생략

8.

증명 생략

9.

$$h(x) = \frac{1}{2}(p-q)(x-1)$$

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.6 테일러 공식

1.

$$x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}(1+z)^{-3}x^3$$

2.

(a) $\sqrt[3]{25} \approx 2.924$

(b) $\sqrt[5]{33} \approx 2.0125$

3.

$$\sqrt[3]{9} \approx 2.080$$

4.

(a) $1 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2$

(b) 증명 생략

(c) $\sqrt[3]{1003} \approx 10.00999$

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.7 탄력성

1.

(a) -3

(b) 100

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{3}{2}$

2.

$El_K T = 1.06$, 교통량은 약 1.06% 증가

(b)

3.

(a) 승객 수요는 약 4% 감소

(b) 장거리인 경우, 통근 수단이 철도에서 비행기로 바뀔 수 있고 통근하기에는 힘든 거리이므로 통근하지 않을 다른 방법을 찾을 수도 있다.

4.

(a) ax

(b) $\frac{1}{\ln x}$

(c) $p + ax$

(d) $p + \frac{1}{\ln x}$

5.

증명 생략

6.

$El_r D = 1.23$, 소득이 1% 증가하면 수요는 약 1.23% 증가

7.

$$\ln m = -0.02 + 0.19 \ln N$$

$$m \approx 11.77$$

8.

증명 생략

9.

증명 생략

10.

(a) -5

(b) $\frac{1+2x}{1+x}$

(c) $\frac{30x^3}{x^3+1}$

(d) 0

(e) $\frac{2x^2}{1+x^2}$

(f) $\frac{x}{x-1} - \frac{5x^5}{x^5+1}$

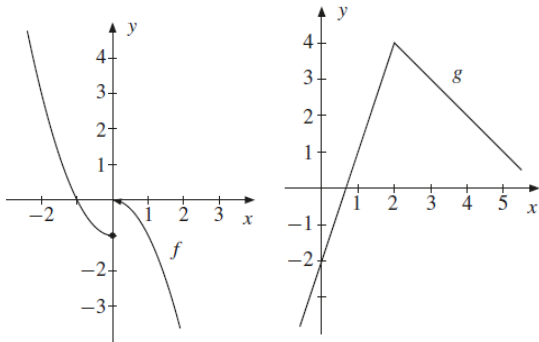
CHAPTER 07 도함수의 활용

7.8 연속성

1.

(b), (c), (d)

2.



f 는 $x=0$ 에서 불연속이고, g 는 $x=2$ 에서 연속이다.

3.

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| (a) 모든 x | (b) $x \neq 1$ 인 모든 x |
| (c) $x < 2$ 인 모든 x | (d) 모든 x |
| (e) $x \neq -1 \pm \sqrt{3}$ 인 모든 x | (f) $x > 0$ 인 모든 x |

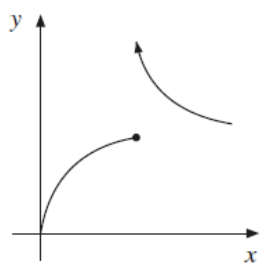
4.

$x=a$ 에서 불연속

5.

$a=5$

6.



CHAPTER 07 도함수의 활용

7.9 여러 형태의 극한

1.

- | | |
|---------|---------|
| (a) A | (b) A |
| (c) B | (d) 0 |

2.

- | | |
|--------------|---------------|
| (a) -4 | (b) 0 |
| (c) 2 | (d) $-\infty$ |
| (e) ∞ | (f) $-\infty$ |

3.

- | | |
|-----------|----------------|
| (a) 0 | (b) $\sqrt{3}$ |
| (c) a^2 | |

4.

$i = 1, 2, 3$ 에 대해 $\lim_{x \rightarrow \infty} f_i(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f_4(x) = 0$ 이다.

- | | |
|---------------|--------------|
| (a) ∞ | (b) 0 |
| (c) $-\infty$ | (d) 1 |
| (e) 0 | (f) ∞ |
| (g) 1 | (h) ∞ |

5.

- | | |
|------------------|------------------|
| (a) $y = x - 1$ | (b) $y = 2x - 3$ |
| (c) $y = 3x + 5$ | (d) $y = 5x$ |

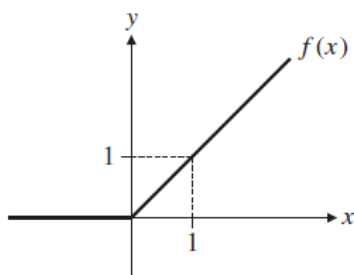
6.

$$y = Ax + A(b - c) + d$$

7.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) 불연속이고 미분불가능 | (b) 연속이지만 미분불가능 |
| (c) 불연속이고 미분불가능 | (d) 연속이지만 미분불가능 |

8.



$$f(0^+) = 1, f(0^-) = 0$$

9.

$$f'(x) = \frac{3(x-1)(x+1)}{(-x^2+4x-1)^2}$$

$(-\infty, -1]$, $[1, 2 + \sqrt{3})$ 과 $(2 + \sqrt{3}, \infty)$ 에서 증가

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.10 중간값정리

1.

풀이 생략

2.

풀이 생략

3.

2.5735

4.

$x = -3$ (정수해), $x = -1.879, 0.347, 1.534$ (나머지 해의 근삿값)

5.

정수에 가까운 해는 2이고, 근삿값은 1.9738이다.

6.

풀이 생략

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.11 무한수열

1.

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $-\frac{1}{6}$

(d) $-\frac{1}{6}$

(e) $-\frac{3}{2}$

(f) $\frac{\sqrt{30}}{6}$

2.

(a) 5(수렴)

(b) ∞ (발산)

(c) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (수렴)

3.

증명 생략

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.12 로피탈 법칙

1.

(a) 18

(b) $\frac{1}{18}$

(c) $\frac{5}{2}$

2.

(a) $2a$

(b) $-\frac{1}{3}$

3.

(a) $\frac{1}{2}$

(b) 3

(c) 2

(d) $-\frac{1}{2}$

(e) $\frac{3}{8}$

(f) -2

4.

(a) 0

(b) 0

(c) ∞

5.

올바른 값은 $\frac{5}{2}$

6.

$\beta = 1$ 이면 $L = \gamma$

$\beta < 1$ 이면 $L = \infty$

$\beta > 1$ 이면 $L = 0$

7.

증명 생략

8.

증명 생략

9.

증명 생략

CHAPTER 07 도함수의 활용

CHAPTER 07 복습문제

7.1

(a) $\frac{dy}{dx} = -5, \frac{d^2y}{dx^2} = 0$

(b) $\frac{dy}{dx} = -\frac{5}{3}x^{-4/3}, \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{20}{9}x^{-7/3}$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}x^{-1}, \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{3}{2}x^{-2}$

7.2

$$y' = \frac{y}{5y^3 - 2x}$$

$$y' \neq 0$$

7.3

$$-1$$

7.4

(a) $-\frac{4}{13}$

(b) 증명 생략

7.5

$$\frac{dL}{dK} = -\frac{L}{K}$$

7.6

$$y' = -\frac{2}{x} \frac{\left\{1 + \frac{1}{5} \ln x\right\}}{1 + \frac{1}{y}}$$

증명 생략

7.7

(a) 증명 생략

(b) $\frac{dY}{dI} = \frac{1}{1 - (1 - \beta)f'((1 - \beta)Y - \alpha)}$

(c) $\frac{dY}{dI} > 0$

7.8

(a) $y' = \frac{y - 2x}{4y - x}$

(b) 수평 : $(1, 2), (-1, -2)$

$$\text{수직} : \left(2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(-2\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

7.9

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) 접선이 수직인 점 : $(0, 0), (-3, -1), (3, 1)$

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.10

(a) $D_f = (-1, 1), R_f = (-\infty, \infty)$

(b) $g(y) = \frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}, g'\left(\frac{1}{2}\ln 3\right) = \frac{3}{4}$

7.11

(a) $f(e^2) = 2$

$x = 0$ 또는 $x = 1$

(b) $h'(2) = \frac{e^2}{5}$

7.12

(a) $f(x) \approx \ln 4 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2$

(b) $g(x) \approx 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2$

(c) $h(x) \approx x + 2x^2$

7.13

(a) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

(b) $8\pi r dr$

(c) $400K^3 dK$

(d) $-\frac{3x^2}{1-x^3}$

7.14

$\frac{3x^2}{2\sqrt{1+x^3}} dx, \Delta f(2) \approx 0.4$

7.15

$\sqrt{e} \approx 1.649$

7.16

$y(x) \approx 1 + (1/2)x + (1/16)x^2$

7.17

(a) $x \neq 0$ 인 모든 x

(b) $x > 0$ 인 모든 x

(c) $(-2, 2)$ 에 속하는 모든 x

7.18

(a) $y' = \frac{1}{2yf'(y^2)}$

(b) $y' = \frac{f'(x)-y^2}{y(2x+3y)}$

(c) $y' = \frac{1-2f'(2x+y)}{f'(2x+y)-2y}$

7.19

$El_r(D_{\text{마가린}}) = -0.165, El_r(D_{\text{설탕}}) = 2.39$

7.20

(a) 5

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{5x^2+3}{x^2+1}$

(d) $\frac{2x}{x^2-1}$

7.21

1.909

CHAPTER 07 도함수의 활용

7.22

1.21

7.23

(a) 2

(b) ∞

(c) 정의되지 않음

(d) $-\frac{1}{6}$

(e) $\frac{1}{5}$

(f) $\frac{1}{16}$

(g) 1

(h) $-\frac{1}{16}$

(i) 0

7.24

$b = d$ 이면 $\frac{a-c}{2}$ 에 수렴하고, $b \neq d$ 이면 수렴하지 않는다.

7.25

$$\frac{\ln a - \ln b}{a - b}$$

7.26

0.928